

Modelación y Simulación en Lazo Cerrado de un Vehículo Terrestre No Tripulado

Juan A. Ramírez*, Luis B. Gutiérrez*, Elkin A. Taborda*

* Universidad Pontificia Bolivariana

Grupo de Automática y Diseño A+D

Circular 1 #70-01 Escuela de Ingenierías. Medellín, Colombia.

juan.ramirez@upb.edu.co, lbgutie@ieee.org, elkin.taborda@upb.edu.co

Abstract: This article shows the modeling and closed loop simulation of an unmanned ground vehicle designed by the Design and Automation Group A+D of the Universidad Pontificia Bolivariana. The modeling process was made considering all kinematic constraints, the dynamics of the mechanical platform and the behaviour of the electrical system. The obtained model was used to design a trajectory tracking control system, using a hierarchical architecture which considers three levels: low, medium and high. The control system performance was proved through simulation, considering the vehicle's real operating range.

Keywords: Unmanned ground vehicles, trajectory tracking control, unmanned vehicle control architecture.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, el Grupo de Automática y Diseño A+D de la Universidad Pontificia Bolivariana ha acumulado experiencia en el desarrollo de vehículos sumergibles no tripulados y en el desarrollo de vehículos aéreos no tripulados (Gutiérrez et al. 2007; Ramírez et al., 2007a; Ramírez et al., 2007b; Vásquez et al. 2006). Sin embargo, hasta hace un tiempo, el trabajo en el área de los vehículos terrestres había sido incipiente. Teniendo esto en cuenta, se inició un proyecto con el objetivo de generar una dinámica que permita el fortalecimiento de esta área. En este orden de ideas, se diseñó una plataforma flexible que permite instalar fácilmente diferentes elementos de hardware (tales como instrumentos de medición y comunicación) y que permite estudiar el movimiento del vehículo en diferentes condiciones de operación.

Además del desarrollo de la plataforma mecánica del vehículo y del sistema de hardware y software, se debe desarrollar un sistema de guía, navegación y control que permita que el vehículo se mueva de forma autónoma. El primer paso a seguir en el desarrollo de los algoritmos para el sistema de navegación y para el sistema de control, es la obtención de un modelo matemático que capture la esencia dinámica del sistema y que contenga las relaciones cinemáticas inherentes a la configuración del vehículo. Después de obtenido el modelo, se pueden plantear los algoritmos de guía, navegación y control.

En este artículo se muestra el proceso de modelación del vehículo diseñado, en el cual se incluyen las relaciones cinemáticas inherentes a la configuración física y el modelo dinámico asociado al sistema electromecánico. A partir del

modelo se plantea un sistema de control con tres niveles jerárquicos, en los cuales se incluye un sistema de planeación de misión en el alto nivel, un sistema de generación de trayectorias en el nivel medio y un control de bajo nivel que permite el seguimiento de trayectorias a partir de la medición del estado del vehículo. El sistema de control planteado se prueba en ambiente de simulación, en el cual se puede verificar el desempeño esperado en lazo cerrado.

2. DESCRIPCIÓN DEL VEHÍCULO

Se trata de un vehículo terrestre no tripulado, con un peso alrededor de los 10 kg., suficientemente compacto para ser fácilmente transportado, pero con disponibilidad de espacio para portar equipos adicionales.

El vehículo permite recibir adaptaciones de forma sencilla, así como el montaje de diversos equipos. Para ello cuenta con un bastidor conformado por perfiles comerciales de aluminio unidos por medio de tornillos. Una vista general del vehículo se presenta en la Fig. 1.

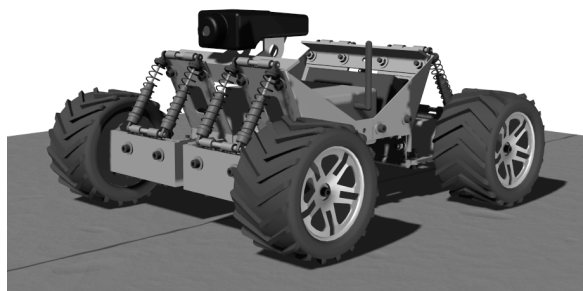


Fig. 1. Vista general del vehículo

La plataforma cuenta con cuatro ruedas de un tamaño adecuado para permitirle sortear terrenos irregulares y cuenta con tracción independiente en cada una de ellas. La potencia será suministrada por cuatro motores de corriente directa. Adicionalmente, el rumbo se definirá con un sistema llamado *differential steering*, que consiste en tener velocidades diferentes en las ruedas de cada lado para lograr los giros deseados.

3. MODELO CINEMÁTICO

Debido a la configuración del vehículo, la trayectoria seguida depende del patrón de rotación de las ruedas. Con base en esto, el propósito del modelo cinemático consiste en encontrar una relación entre la rotación de las ruedas y el desplazamiento del vehículo.

3.1 Posición y orientación

Como se muestra en la Fig. 2, si el vehículo sólo se desplaza en el plano, la posición y orientación del vehículo se puede dar mediante el uso de dos marcos de referencia: un marco de referencia fijo al centro de masa del vehículo $\{b\}$ y un marco de referencia inercial fijo en tierra $\{g\}$. El marco de referencia en tierra es un marco NED (Norte, Este, Abajo), donde el Norte corresponde al eje x , el Este corresponde al eje y y Abajo coincide con el eje z . La matriz de cosenos directores que expresa la orientación es:

$$DCM = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Donde ψ es el ángulo de rotación entre los marcos $\{b\}$ y $\{g\}$ alrededor de los ejes z . La matriz DCM pasa un vector visto desde el marco $\{b\}$ al marco $\{g\}$.

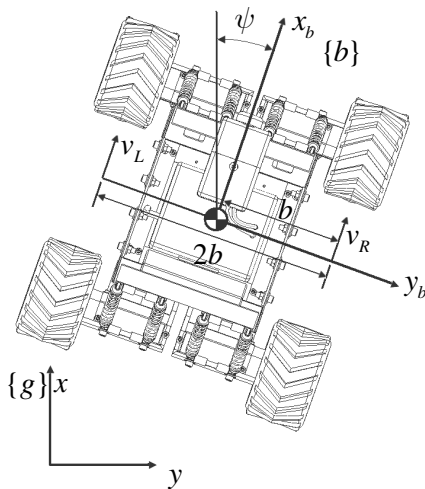


Fig. 2. Cinemática del vehículo

Adicionalmente, la posición del vehículo respecto al marco $\{g\}$ está dada por:

$${}^g P = \begin{bmatrix} {}^g x & {}^g y & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2)$$

3.2 Velocidad angular y lineal

Para encontrar una relación entre el movimiento de las ruedas y el desplazamiento del vehículo, el conjunto de cuatro ruedas se reduce a dos (una a cada lado). Esta simplificación desprecia el deslizamiento de las ruedas cuando se mueve a lo largo de una curva, y asume que el tren de ruedas de cada lado se mueve a la misma velocidad (es decir, las dos ruedas derechas se mueven a la misma velocidad y las dos ruedas de la izquierda se mueven a la misma velocidad).

Teniendo esto en cuenta, se puede escribir la siguiente relación (con los vectores vistos en el marco del vehículo $\{b\}$):

$$\begin{bmatrix} V_R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times 2b. \quad (3)$$

Donde V_R es la velocidad del centro de la rueda derecha, V_L es la velocidad del centro de la rueda izquierda, $\dot{\psi}$ es la velocidad angular del vehículo y $2b$ es la separación entre las llantas. A partir de (3) se encuentra que

$$\dot{\psi} = \frac{1}{2b}(V_L - V_R). \quad (4)$$

Si se asume que el centro de masa del vehículo se encuentra en la línea que une las dos llantas equivalentes (Fig. 2) y usando el resultado obtenido en (4), se puede escribir la siguiente expresión:

$${}^b V_{CM} = \left[\frac{1}{2}(V_L + V_R) \quad 0 \quad 0 \right]^T. \quad (5)$$

Si se usa (1), ${}^b V_{CM}$ visto desde el marco $\{g\}$, sería:

$${}^g V_{CM} = DCM {}^b V_{CM} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(V_L + V_R) \cos \psi \\ \frac{1}{2}(V_L + V_R) \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

3.3 Cinemática de la rueda y el reductor de velocidad

La velocidad angular ω_i y la velocidad del centro de cada rueda V_i se pueden relacionar mediante la ecuación

$$V_i = r\omega_i. \quad (7)$$

Donde r es el radio de la rueda.

Para el reductor, la velocidad angular del motor y la velocidad angular de la rueda se pueden relacionar mediante:

$$\omega_M = N\omega_i. \quad (8)$$

Donde N es la relación de transmisión.

Finalmente, si se usa (7); (4), (5) y (6) quedan:

$$\dot{\psi} = \frac{r}{2b}(\omega_L - \omega_R), \quad (9)$$

$${}^bV_{CM} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}(\omega_L + \omega_R) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$${}^sV_{CM} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}(\omega_L + \omega_R) \cos \psi \\ \frac{r}{2}(\omega_L + \omega_R) \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

4. MODELO DINÁMICO

Para el desarrollo del modelo dinámico del vehículo se analiza el movimiento de carro, ruedas y motor independientemente. A partir de estos resultados se encuentra un único modelo para todo el sistema.

4.1 Dinámica de cada rueda

Cada rueda puede desplazarse horizontalmente y puede rotar. Por esta razón se puede plantear una ecuación de movimiento lineal y otra de movimiento angular. Las fuerzas y momentos considerados para el análisis se muestran en la Fig. 3a Tales cargas son: fricción con el terreno (tracción), reacciones en el eje de la rueda y fricción viscosa en los cojinetes.

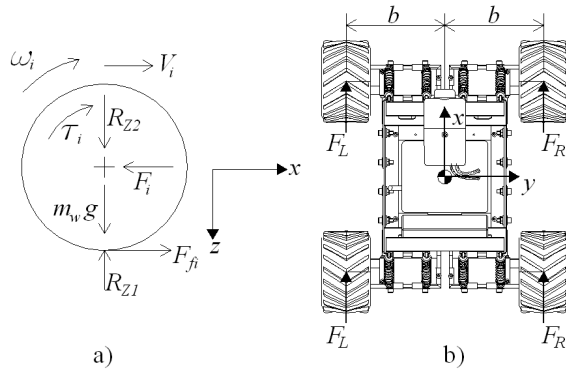


Fig. 3. Diagramas de Fuerza.

Las ecuaciones de movimiento lineal y angular son, respectivamente:

$$F_{fi} - F_i = m_w r \dot{\omega}_i, \quad (12)$$

$$-\tau_i + rF_{fi} + \beta\omega_i = -I_w \dot{\omega}_i. \quad (13)$$

Donde F_{fi} es la fuerza de fricción con el terreno, F_i es la fuerza de reacción horizontal entre la rueda y el carro, m_w es la masa de la rueda, τ_i es el momento ejercido por el

reductor, β es el coeficiente de fricción viscosa y I_w es el momento de inercia de la rueda (respecto al eje de rotación). Debido a que cada rueda tiene un grado de libertad, (12) y (13) se pueden resumir en una única ecuación de movimiento:

$$(I_w + m_w r^2)\omega_i + \beta\omega_i = \tau_i - rF_i. \quad (14)$$

La expresión resultante es válida para cada rueda del vehículo.

4.2 Dinámica del bastidor

En la Fig. 3b se muestra un diagrama de fuerzas para el bastidor del vehículo. En este caso se considera que actúan únicamente las fuerzas que se transmiten a través del eje del motor y que en todo momento hay tracción en las cuatro ruedas. Si las ecuaciones de movimiento se escriben en el marco del vehículo, se pueden obtener dos ecuaciones de movimiento: una para el desplazamiento lineal en dirección tangencial y la otra para la rotación alrededor del eje z . Dichas ecuaciones son:

$$2F_R + 2F_L = m_c \dot{V}_{CM}, \quad (15)$$

$$2bF_L - 2bF_R = I_c \ddot{\psi} = \frac{I_c r}{2b}(\dot{\omega}_L - \dot{\omega}_R). \quad (16)$$

Si se usan los resultados de (14) para cada rueda, (15) y (16) quedan, respectivamente:

$$\left(\frac{m_c r^2}{4} + I_w + m_w r^2 \right) (\dot{\omega}_L + \dot{\omega}_R) + \beta(\omega_L + \omega_R) = \tau_L + \tau_R, \quad (17)$$

$$\left(\frac{I_c r^2}{4b^2} + I_w + m_w r^2 \right) (\dot{\omega}_L - \dot{\omega}_R) + \beta(\omega_L - \omega_R) = \tau_L - \tau_R. \quad (18)$$

Las expresiones en (17) y (18) representan el sistema ecuaciones diferenciales de movimiento para el vehículo. Éstas permiten saber cómo se mueve el vehículo cuando se aplica cierto torque a las ruedas.

4.3 Modelo del conjunto motor-reductor

Para el modelo del motor se considera que la potencia de entrada es igual a la potencia de salida. Esta premisa implica que no se considera ningún tipo de acumulación de energía en los inductores y, por ende, que la dinámica de la parte eléctrica del motor es despreciable en comparación a la parte mecánica del sistema. Según esto, se puede escribir que

$$v_i \dot{i}_i = R i_i^2 + \tau_{mi} \omega_{mi}. \quad (19)$$

Donde v_i es el voltaje de alimentación del motor, \dot{i}_i es la corriente, R es la resistencia, τ_{mi} es el torque inducido y ω_{mi} es la velocidad angular del motor.

Si se asume una relación lineal entre el torque inducido y la corriente

$$\tau_{mi} = K_m i_i, \quad (20)$$

(19) queda:

$$v_i = R i_i + K_m \omega_{mi} \quad (21)$$

Finalmente, con base en (21) y (20) se puede deducir una expresión para el torque inducido en términos de v_i y ω_{mi} :

$$\tau_{mi} = \frac{K_m}{R} v_i - \frac{K_m^2}{R} \omega_{mi}. \quad (22)$$

Ahora, para relacionar el torque inducido en el motor con el torque sobre la rueda, se debe considerar el efecto del reductor. En este caso, además del aumento en el torque, se tienen en cuenta las pérdidas por fricción considerando la eficiencia del reductor. La expresión resultante es:

$$\tau_i = \eta N \tau_{mi}. \quad (23)$$

Donde η es la eficiencia.

Si se usan (8), (22) y (23) se puede encontrar una expresión para el torque sobre la rueda en términos del voltaje de alimentación y la velocidad angular de la rueda.

$$\tau_i = \frac{\eta N K_m}{R} v_i - \frac{\eta N^2 K_m^2}{R} \omega_{mi} \quad (24)$$

Luego, reemplazando (24) en (17) y (18), y asumiendo que el voltaje de alimentación se puede escribir como $v_i = v_{\max} u_i(t)$, donde $u_i(t)$ es una señal de control entre -1 y 1 y v_{\max} es el voltaje máximo para el motor, se encuentran las siguientes ecuaciones que modelan el sistema.

$$J_1 (\dot{\omega}_L + \dot{\omega}_R) + B (\omega_L + \omega_R) = K (u_1(t) + u_2(t)) \quad (25)$$

$$J_2 (\dot{\omega}_L - \dot{\omega}_R) + B (\omega_L - \omega_R) = K (u_1(t) - u_2(t)) \quad (26)$$

Donde:

$$J_1 = \frac{m_c r^2}{4} + I_w + m_w r^2, \quad (27)$$

$$J_2 = \frac{I_c r^2}{4b^2} + I_w + m_w r^2, \quad (28)$$

$$B = \beta + \eta N^2 \frac{K_m^2}{R} \quad (29)$$

y

$$K = \eta N v_{\max} \frac{K_m}{R}. \quad (30)$$

Considerando que $u_1(t)$ es la señal aplicada a los motores del lado izquierdo y $u_2(t)$ es la señal aplicada a los motores del lado derecho.

4.4 Modelo del sistema en espacio de estado

Para el modelo en espacio de estado se definen las siguientes variables de estado:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^g x \\ {}^g y \\ \psi \\ \omega_L + \omega_R \\ \omega_L - \omega_R \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Luego, en términos de las variables de estado el modelo queda:

$$\dot{x}_1 = \frac{r}{2} x_4 \cos x_3, \quad (32)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{r}{2} x_4 \sin x_3, \quad (33)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{r}{2b} x_5, \quad (34)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{B}{J_1} x_4 + \frac{K}{J_1} (u_1(t) + u_2(t)), \quad (35)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{B}{J_2} x_5 + \frac{K}{J_2} (u_1(t) - u_2(t)). \quad (36)$$

5. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

Para el control del vehículo se usa una arquitectura con tres niveles jerárquicos (Fig. 4): el componente de alto nivel se encarga de la planeación de misión y la generación de un conjunto de puntos por los cuales debe pasar el vehículo; en el nivel medio se encuentra el sistema de guía, el cual se toma la información de los puntos por los cuales debe pasar el vehículo y de generar los valores de referencia para el control de bajo nivel; finalmente, el control de bajo nivel se encarga de eliminar (o reducir) el error entre los valores de referencia entregados por el control de nivel medio y los valores actuales del vehículo (Gutiérrez, 2004; Vacktsevanos et al., 2005). De forma paralela, se requiere de la implementación de un sistema de navegación que integre la información de los sensores del vehículo y genere una estimación del estado.

Dentro de este trabajo se mostrará el diseño del control de bajo y medio nivel. Esto implica que se conoce de antemano la trayectoria deseada y se asume que el vehículo es capaz de seguirla. Es decir, que no excede velocidades, ni ratas angulares y permite que el vehículo no encuentre obstáculos. Adicionalmente, se excluye el diseño del sistema de navegación y se asume que el estado del vehículo se conoce.

5.1 Sistema de guía

El sistema de guía toma el conjunto de puntos por los cuales debe pasar el vehículo y a partir de esto define los valores de referencia para los controladores de bajo nivel. Es decir, para cada punto se conocen las coordenadas en dirección Norte y

Este respecto a un origen local y la velocidad deseada. Con base en esto se generan los valores de referencia para el controlador de bajo nivel: la velocidad tangencial V_{Cmd} y el rumbo ψ_d .

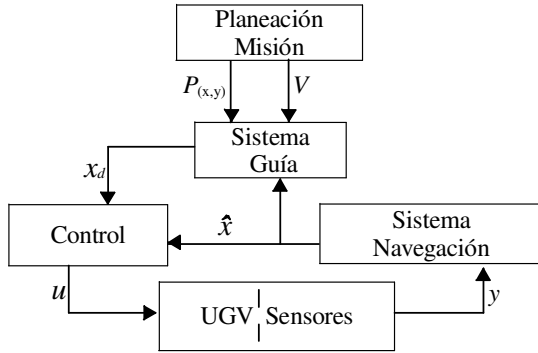


Fig. 4. Arquitectura del sistema de control.

Inicialmente, el rumbo deseado se define a partir de conocer la posición actual del vehículo y la posición del punto al cual se desea llegar. Como se muestra en la Fig. 5, el rumbo deseado se puede definir como:

$$\psi_d = \text{atan2}(y_i - y, x_i - x). \quad (37)$$

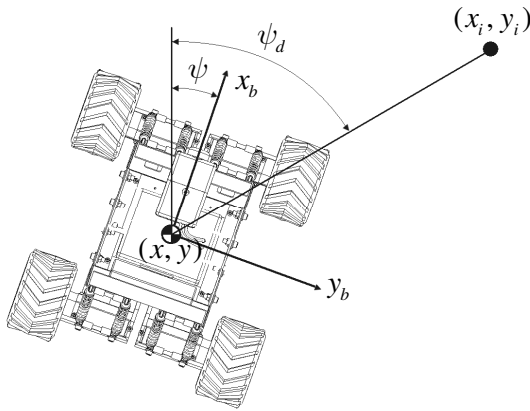


Fig. 5. Definición del rumbo deseado.

Sin embargo, la señal de ψ_d es pasada a través de un filtro de primer orden, de modo que este valor de referencia no tenga discontinuidades en el tiempo. Persiguiendo el mismo objetivo, la señal de velocidad deseada también es pasada por un filtro de primer orden. Un esquema de la estructura del sistema de guía se muestra en la

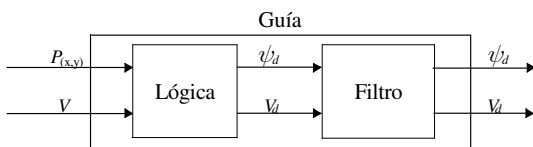


Fig. 6, donde la parte de lógica calcula inicialmente el rumbo y la velocidad deseada, antes de que ésta información pase por el filtro.

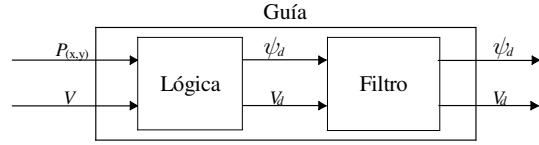


Fig. 6. Estructura del sistema de guía

5.2 Control de bajo nivel

El control de bajo nivel se encarga de controlar la velocidad tangencial V_{CM} y el rumbo del vehículo ψ . Si se analizan los resultados de (9), (10), (35) y (36), se puede ver que es posible definir un par de ecuaciones desacopladas para la dinámica del rumbo y para la dinámica de la velocidad tangencial. Este par de ecuaciones se puede escribir si se define que:

$$v_1 = u_1 + u_2, \quad (38)$$

$$v_2 = u_1 - u_2. \quad (39)$$

De modo que (35) y (36) quedan:

$$\dot{x}_4 = -\frac{B}{J_1} x_4 + \frac{K}{J_1} v_1(t), \quad (40)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{B}{J_2} x_5 + \frac{K}{J_2} v_2(t). \quad (41)$$

Con base en este modelo se puede definir un lazo de control para cada variable. Se usa un controlador PID convencional para la velocidad tangencial y se usa un control servo para el rumbo, como se muestra en la Fig. 7.

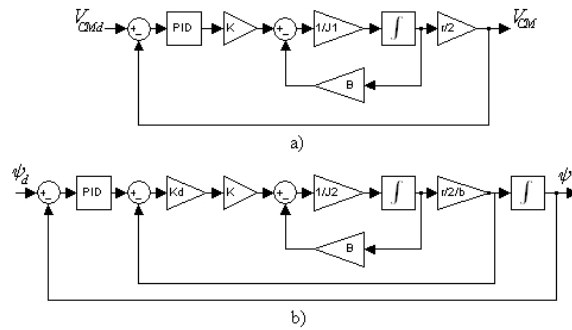


Fig. 7. Lazos de control de bajo nivel: a) velocidad, b) rumbo.

6. RESULTADOS

Para probar la estrategia de control propuesta, se definieron una serie de puntos objetivo de forma aleatoria, pero teniendo en cuenta restricciones de ratas angulares y de velocidad. Es decir, los puntos, aunque sean definidos de forma aleatoria, caben dentro de trayectorias realizables por el vehículo. La trayectoria de prueba se muestra en la Fig. 8.

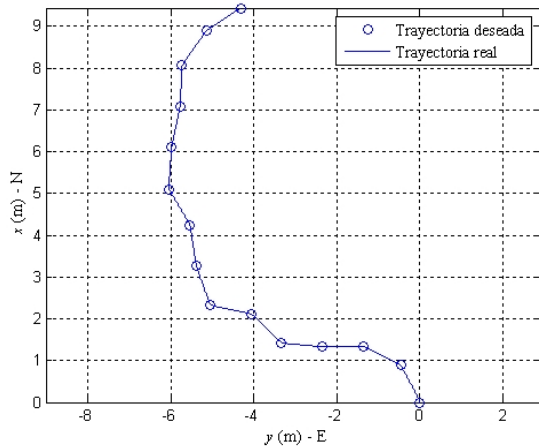


Fig. 8. Trayectoria de prueba

El comportamiento de las variables controladas por los lazos de bajo nivel se muestra en la Fig. 9.

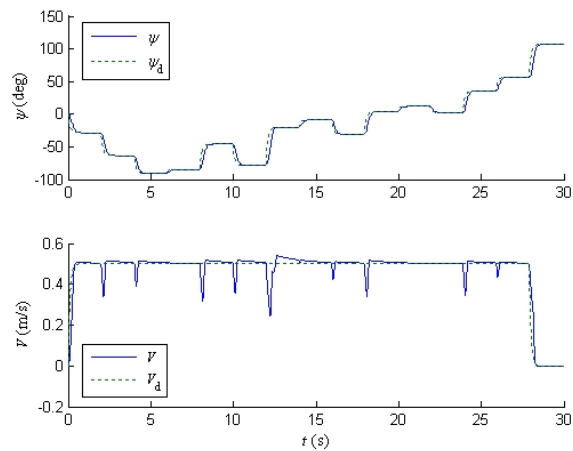


Fig. 9. Respuesta en el tiempo de las variables controladas.

El sistema de control diseñado permite que la trayectoria del vehículo pase por cada punto objetivo dentro de una cota máxima de 1 mm. Adicionalmente, los controladores de bajo nivel están en la capacidad de eliminar el error en las variables controladas, permitiendo que el sistema sea asintóticamente estable en lazo cerrado.

7. CONCLUSIONES

Se obtuvo un modelo en espacio de estado para la dinámica y la cinemática de un vehículo terrestre no tripulado. El modelo obtenido se obtiene a partir de las ecuaciones de movimiento de los subsistemas del vehículo y de las restricciones de movimiento inherentes a la configuración del sistema mecánico. Como resultado, el sistema de ecuaciones diferenciales se presenta de forma desacoplada, de modo que permita el diseño de dos lazos de control de forma separada.

Para el control de movimiento se planteó el uso de una arquitectura de control con tres niveles jerárquicos, de los cuales se diseñó únicamente el control de bajo nivel y el sistema de guía (de nivel medio). El uso conjunto de los

niveles medio y bajo del sistema de control permitió que el vehículo siguiera un conjunto de puntos escogidos de forma aleatoria, pero respetando las limitaciones de movimiento.

Se diseñó el sistema de guía del vehículo (control de nivel medio) compuesto por una lógica y un filtro. El elemento que contiene la lógica se encargó de determinar los valores de referencia necesarios para el sistema de control de bajo nivel, a partir de conocer la lista de puntos objetivo y las velocidades deseadas. El filtro se encargó de hacer que las señales que van al control de bajo nivel siempre sean continuas, suavizando la acción de los controladores de bajo nivel.

Se diseñó un sistema de control de bajo nivel que permite que el rumbo y la velocidad tangencial del vehículo sigan los valores establecidos por el sistema de guía. En este caso se usaron dos lazos de control independientes, uno para cada variable controlada. Para el control de velocidad tangencial se usó un controlador PID y para el control de rumbo se usó un sistema servo compuesto por un controlador PID para el lazo externo y un controlador P para el lazo interno.

8. AGRADECIMIENTOS

Este proyecto se desarrolla gracias a la financiación y al apoyo del Centro Integrado para el Desarrollo de la Investigación CIDI de la Universidad Pontificia Bolivariana.

9. REFERENCIAS

- Gutiérrez, L. (2004). *Adaptive Mode Transition Control Architecture with an Application to Unmanned Aerial*. PhD Thesis. Georgia Institute of Technology. Atlanta, GA.
- Gutiérrez, L. et al (2007). Diseño básico de un vehículo operado remotamente (ROV) para inspección subacuática de instalaciones portuarias. En: *Memorias del III IEEE Colombian Workshop on Robotics and Automation*. CWRA. Cartagena.
- Ramírez, J. et al. (2007a). Mechanical/Naval Design of an Underwater Remotely Operated Vehicle (ROV) for Surveillance and Inspection of Port Facilities. In: *Proceedings of the ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition IMECE2007*. Seattle, WA.
- Ramírez, J. et al. (2007b). Diseño Mecánico de un Vehículo Sumergido Operado Remotamente para Inspección Subacuática. En: *Memorias del VIII Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica CIBIM8*. Cusco, Perú.
- Vacktevanos, et al. (2005). From mission planning to flight control of unmanned aerial vehicles: Strategies and implementation Tools. In: *Annual Reviews in Control*, 29, pp. 101–115.
- Vásquez, J. et al. (2006). Diseño básico de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija para misiones de inspección remota de rango medio. En: *Memorias del II IEEE Colombian Workshop on Robotics and Automation CWRA*. Bogotá.

APÉNDICE

Tabla 1. Parámetros usados en el modelo matemático.

Parámetro	Valor	Unidades
b	176	mm
r	75	mm
m_c	5.6	kg
I_c	0.1965	kg m ²
m_w	0.134	kg
I_w	0.485×10^{-3}	kg m ²
β	0.01	Nm/(rad/s)
R	1.7	Ohm
K_m	2×10^{-3}	Nm/A
η	0.6141	
N	100	
v_{\max}	5	V

Tabla 2. Parámetros usados para el controlador PID de velocidad.

Parámetro	Valor	Unidades
K_p	35	1/(m/s)
τ_I	1.75	s
τ_D	0	

Tabla 3. Parámetros usados para el controlador servo de rumbo.

Parámetro	Valor	Unidades
K_p	10	1/rad
τ_I	0	
K_d	7.5	1/(rad/s)