

MODELO DINÁMICO DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

Camilo Chamorro Rivera*. Luis Benigno Gutiérrez Zea**

* *Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid – Medellín, Colombia*
Grupo de investigación en Instrumentación, Control Automático y Robótica (ICARO)
lcchamorro@elpoli.edu.co

** *Universidad Pontificia Bolivariana – Medellín, Colombia*
Grupo de investigación en Automática y Diseño mecánico (A+D)
lbgutie@ieee.org

Abstract: En este trabajo se implementa un modelo dinámico para un vehículo subacuático en Simulink® de MATLAB®. El modelo utiliza las ecuaciones cinemáticas y dinámicas que describen el movimiento de un cuerpo rígido, así como las ecuaciones hidrodinámicas principales que afectan su movimiento a través del agua. Sin embargo, el modelo desarrollado depende de una serie de parámetros que a su vez dependen de las características físicas del vehículo. Estos parámetros deben identificarse por medio de alguna técnica de identificación paramétrica, para lo cual se describe una metodología de identificación, la cual se prueba en simulación utilizando el modelo implementado. Adicionalmente, se propone un sistema de control para la navegación del vehículo, mostrando los resultados del control en simulación del modelo controlado, para un vehículo en particular.

Keywords: modelación, control automático, vehículo subacuático.

1. INTRODUCCIÓN

En el tema de los vehículos autónomos subacuáticos es fundamental desarrollar una buena estrategia de control para lograr que el vehículo siga la trayectoria deseada. En el desarrollo de la estrategia de control se necesitan las ecuaciones que relacionan las fuerzas que actúan sobre el vehículo con la respuesta cinemática de éste, dichas ecuaciones constituyen el modelo dinámico del vehículo. Para controlar un vehículo subacuático se necesita conocer su modelo, además que experimentar con un vehículo real es demorado y costoso, por lo tanto, el modelo es útil para propósitos de simulación y para formular algoritmos de control que tengan en cuenta la dinámica del sistema.

Este trabajo está enmarcado en una de las líneas del grupo de investigación A+D de la universidad Pontificia Bolivariana en Medellín: vehículos autónomos, en la cual también se incluyen los vehículos subacuáticos.

2. CINEMÁTICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

La cinemática es la ciencia que estudia el movimiento sin importar las fuerzas que lo causan. Con la cinemática se estudia la posición, velocidad, aceleración y todas las derivadas de orden superior de las variables de posición, con respecto al tiempo o a otra variable. La relación entre estos movimientos y las fuerzas y torques que los causan es estudio de la dinámica.

Para el vehículo subacuático, inicialmente se miden o calculan las aceleraciones angular y lineal en el sistema coordenado fijo al cuerpo {B}, y luego se calcula el cambio de la posición y orientación del vehículo en su marco {B} con respecto al marco fijo en tierra {E} como una función de la aceleración relativa del cuerpo. Ver figura 1.

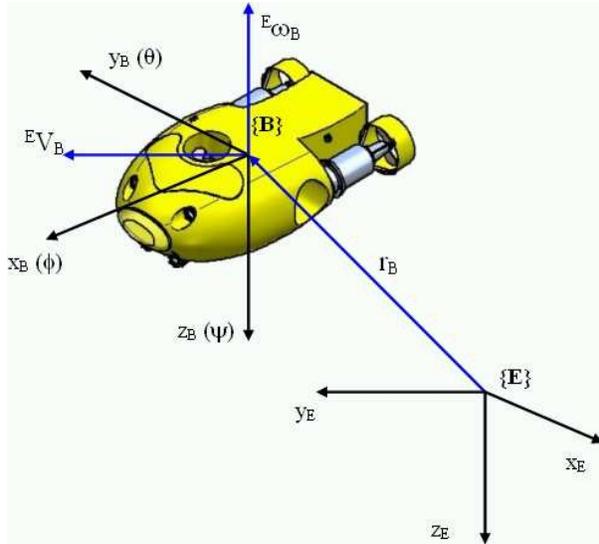


Figura 1. Sistemas de coordenadas fijo al cuerpo {B} y fijo a la tierra {E}. Cortesía: Raúl Valencia.

2.1 Notación Para Navas Marinas.

Existe una notación internacional para la posición, orientación, velocidad y fuerza de los 6 grados de libertad (DOF) de un vehículo subacuático, ver tabla 1. Esta notación es relativa a ambos sistemas coordenados {B} y {E}. (Fossen, 1995).

Tabla 1. Notación de los 6 grados de libertad de un vehículo subacuático.

DOF	Movimiento	Posición y Angulo de Euler	Velocidad lineal y angular (V)	Fuerzas y Momentos (F, T)
1	SURGE (movimiento en x)	x	u	X
2	SWAY (movimiento en y)	y	v	Y
3	HEAVE (movimiento en z)	z	w	Z
4	ROLL (rotación sobre x)	ϕ	p	K
5	PITCH (rotación sobre y)	θ	q	M
6	YAW (rotación sobre z)	ψ	r	N

2.2 Calculo de la Posición y Orientación

Sean ${}^B(a_{EB})$ y ${}^B(\alpha_{EB})$ las aceleraciones lineal y angular del cuerpo del vehículo con respecto al marco fijo en tierra, expresadas en el marco del

cuerpo del vehículo {B}, la orientación y posición del vehículo se calcula de la siguiente manera:

$${}^B(v_{EB}) = \int {}^B(a_{EB}) dt \quad (1)$$

$${}^B(\omega_{EB}) = \int {}^B(\alpha_{EB}) dt \quad (2)$$

$${}^E \begin{pmatrix} \dot{r}_B \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^E R_B & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(O)^{-1} \end{pmatrix} {}^B \begin{pmatrix} v_{EB} \\ \omega_{EB} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Donde:

$${}^E R_B = \begin{pmatrix} {}^E r_B \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad (4)$$

$${}^E R_B = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta + c\psi s\theta\phi & s\psi s\theta\phi + c\psi c\theta\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\theta + s\psi s\theta\phi & -c\psi s\theta\phi + s\psi c\theta\phi \\ -s\theta & c\theta\phi & c\theta\phi \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$T(O)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & s\phi\theta & c\phi\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{pmatrix} \quad (6)$$

ϕ , θ y ψ son los ángulos de Euler que representan la orientación del vehículo. (c: coseno y s: seno)

3. DINÁMICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

En la cinemática del vehículo, para conocer su posición y orientación relativas a tierra, se necesita conocer las aceleraciones angular y lineal del vehículo. Estas aceleraciones se deben a las fuerzas que actúan sobre el vehículo. La sumatoria de estas fuerzas y torques generan una fuerza resultante, se debe calcular la aceleración causada por esta fuerza y torque resultante. El análisis de la sumatoria de fuerzas suele denotarse como la hidrodinámica.

El estudio de la dinámica se puede resumir en los siguientes temas:

- Análisis del movimiento traslacional: ecuación de Newton, velocidad lineal y aceleración lineal.
- Análisis del movimiento rotacional: ecuación de Euler, tensor de inercia y sus propiedades, teorema de los ejes paralelos, traslación del tensor de inercia, matriz de Coriolis y centrípeta.

El comportamiento dinámico de un cuerpo rígido está determinado por 2 ecuaciones (Fossen, 1995):

$${}^B f = m \begin{pmatrix} {}^B \dot{v}_{EB} + {}^B \dot{\omega}_{EB} \times {}^B r_C + {}^B \omega_{EB} \times {}^B v_{EB} \\ {}^B \omega_{EB} \times ({}^B \omega_{EB} \times {}^B r_C) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$${}^B T_B = m \cdot {}^B r_C \times ({}^B \dot{v}_{EB} + {}^B \omega_{EB} \times {}^B v_{EB}) + {}^B I_B + {}^B \omega_{EB} \times {}^B I_B \omega_{EB} \quad (8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} {}^B f &= (X \ Y \ Z)^T \\ {}^B T_B &= (K \ M \ N)^T \\ {}^B a_{EB} &= (\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w})^T \\ {}^B \alpha_{EB} &= (\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r})^T \\ {}^B v_{EB} &= (u \ v \ w)^T \\ {}^B \omega_{EB} &= (p \ q \ r)^T \\ {}^B r_C &= (c_x \ c_y \ c_z) \end{aligned} \quad (9)$$

c_x , c_y y c_z son las coordenadas del centro de gravedad (masa) en los ejes x, y y z respectivamente.

Expandiendo las ecuaciones y expresando en forma matricial, se puede resumir en la siguiente expresión:

$${}^B T_B = {}^B M_{RB} \cdot {}^B \dot{V} + {}^B C({}^B V) {}^B V \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} {}^B T_B &= \begin{pmatrix} {}^B F_B & {}^B T_B \end{pmatrix}^T \\ {}^B V &= \begin{pmatrix} {}^B v_{EB} & {}^B \omega_{EB} \end{pmatrix}^T \\ {}^B \dot{V} &= \begin{pmatrix} {}^B a_{EB} & {}^B \alpha_{EB} \end{pmatrix}^T \end{aligned} \quad (11)$$

Notación compacta de la matriz M_{RB} :

$${}^B M_{RB} = \begin{pmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS({}^B r_C) \\ mS({}^B r_C) & {}^B I_B \end{pmatrix} \quad (12)$$

Si:

$${}^B M_{RB} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Entonces, la matriz de Coriolis y Centrípeta se puede expresar como:

$${}^B C({}^B V) = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \dots \\ -S(M_{11} {}^B v_{EB} + M_{12} {}^B \omega_{EB}) & \dots \\ \dots & \dots \\ -S(M_{21} {}^B v_{EB} + M_{22} {}^B \omega_{EB}) & \dots \end{pmatrix} \quad (14)$$

Definiendo S , sobre el vector $v = [a, b, c]^T$, como:

$$S(v) = \begin{pmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

4. HIDRODINÁMICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

Cuando un vehículo subacuático se mueve a través de un líquido, varias fuerzas actúan sobre él, estas representan la hidrodinámica del vehículo (Newman, 1997), y son:

- Fuerzas ejercidas por los propulsores.
- Fuerzas gravitacionales y de flotación.
- Fuerzas de masa añadida.
- Fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico.
- Fuerzas del medio ambiente.

4.1 Fuerzas ejercidas por los propulsores

Las fuerzas y torques debidos a la propulsión, normalmente se consideran proporcionales al cuadrado de la velocidad de giro del propulsor, y se pueden expresar de la siguiente manera:

$${}^B T_B = B \cdot u \quad (16)$$

$$u_i = |\omega_i| \omega_i \quad (17)$$

$$B_{6 \times n} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n C_{Ti} \\ \sum_{i=1}^n ({}^B C_{ai} + {}^B r_i \times C_{Ti}) \end{pmatrix} \quad (18)$$

Donde:

${}^B T_B$	Vector de fuerzas y torques
B	Matriz de configuración de los propulsores
u	Velocidades cuadráticas de los propulsores
n	Número de propulsores
ω	Velocidad del propulsor
${}^B r_i$	Vector de la posición del propulsor i
C_{Ti}	Coefficiente de empuje del propulsor i

4.2 Fuerzas gravitacionales y de flotación

Las fuerzas de flotación (F_B) y gravedad (F_G) suelen agruparse así:

$$G(O) = {}^B F_B + {}^B F_G \quad (19)$$

La fuerza de flotación se puede expresar como:

$${}^B F_B = \begin{pmatrix} s \theta B \\ -c \theta s \phi B \\ -c \theta c \phi B \\ -y_b c \theta c \phi B + z_b c \theta s \phi B \\ z_b s \theta B + x_b c \theta c \phi B \\ -x_b c \theta s \phi B - y_b s \theta B \end{pmatrix} \quad (20)$$

Y la fuerza de gravedad se puede expresar como:

$${}^B F_G = \begin{pmatrix} -s\theta W \\ c\theta s\phi W \\ c\theta c\phi W \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Donde:

(x_B, y_B, z_B) Vector del centro de flotación
 B Magnitud de la fuerza de flotación
 W Magnitud de la fuerza de gravedad

4.3 Fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico

Las fuerzas de amortiguamiento (D) dependen de la velocidad del vehículo, normalmente se consideran proporcionales al cuadrado de su velocidad, y se dividen en amortiguamiento lineal y cuadrático:

$$D({}^B V) {}^B V = D_L {}^B V + D_Q \text{diag}(|{}^B V|) {}^B V \quad (22)$$

$$D_L = \text{diag}(X_u \ Y_v \ Z_w \ K_p \ M_q \ N_r) \quad (23)$$

$$D_Q = \text{diag}(X_{u|u|} \ Y_{v|v|} \ Z_{w|w|} \ K_{p|p|} \ M_{q|q|} \ N_{r|r|}) \quad (24)$$

Donde:

D_L Matriz de amortiguamiento lineal
 D_Q Matriz de amortiguamiento cuadrático
 $X_i, Y_i, Z_i, K_i, M_i, N_i$, son los parámetros de amortiguamiento.

4.4 Fuerzas del medio ambiente

Las principales fuerzas ambientales que se pueden incluir en el modelo son:

- Olas en la superficie, las cuales son despreciables después de 20 metros de profundidad.
- Corrientes oceánicas.

Estas fuerzas se consideran como perturbaciones.

5. MODELO COMPLETO

En resumen, el modelo completo incluye las fuerzas de propulsión, de gravedad y flotación, de amortiguamiento hidrodinámico, de perturbación y la inercia y fuerzas de Coriolis debidas a la masa y a la masa añadida. (Ridao, *et al.*, 2001).

$${}^B T_B + G(O) - D({}^B V) {}^B V + P_E = \left({}^B M_{RB} + M_A \right) {}^B \dot{V} + \left({}^B C_{RB}({}^B V) + C_A({}^B V) \right) {}^B V \quad (25)$$

Para la implementación del modelo se siguen los siguientes pasos:

- Se despeja el vector de aceleración:

$${}^B \dot{V} = \left({}^B M_{RB} + {}^B M_A \right)^{-1} \left({}^B T_B + G(O) - D({}^B V) {}^B V + \tau_E \right) \quad (26)$$

- Se calcula la velocidad por integración:

$${}^B V = \int {}^B \dot{V} dt \quad (27)$$

- Se cambia de marco de referencia, a través de la cinemática:

$${}^E \begin{pmatrix} \dot{r}_B \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^E R_B & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(O)^{-1} \end{pmatrix} {}^B \begin{pmatrix} v_{EB} \\ \omega_{EB} \end{pmatrix} \quad (28)$$

- Se calcula la posición por integración:

$${}^E \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \int {}^E V dt \quad (29)$$

6. CONTROL DEL VEHÍCULO SUBACUÁTICO

El control del vehículo subacuático tiene un problema fundamental, y es que las variables a controlar son acopladas entre sí, entonces no se pueden realizar controles independientes para cada grado de libertad.

La estrategia de control propuesta controla las posiciones lineales y angulares del vehículo referenciadas al marco en tierra {E}, y está basada en controladores PID pero que no actúan directamente sobre los propulsores, sino a través de una transformación, esta transformación relaciona las fuerzas en cada grado de libertad con las fuerzas de cada propulsor, logrando así algo similar al desacople de las variables del vehículo.

Esta estrategia se puede representar en tres etapas:

- Cambio de marco de referencia de {E} a {B}.
- Controladores PID.
- Transformación de fuerzas.

La primera etapa es necesaria, ya que se actúa sobre el vehículo, y las posiciones realimentadas están referenciadas al marco en tierra {E}, entonces a través de la cinemática se transforman las posiciones al marco del vehículo {B}.

Los controladores PID se alimentan de los errores de las posiciones y como ya se dijo, actúan sobre unas fuerzas virtuales de cada grado de libertad.

La transformación de fuerzas implica analizar el aporte de cada propulsor sobre cada grado de libertad, para lo cual se puede plantear un sistema lineal que relacione estas fuerzas. Adicionalmente como las salidas de control deben ser las velocidades cuadráticas de los propulsores, esta transformación debe incluir la relación entre las fuerzas de propulsión y las velocidades a los actuadores. La modelación previa de los propulsores suministra esta relación.

7. SIMULACIÓN DE UN CASO PARTICULAR

El vehículo a modelar y controlar tiene una estructura similar al de la figura 1. En este vehículo se controlan 4 grados de libertad (*DOF*): *surge*, *sway*, *heave* y *yaw*, el *roll* y el *pitch* se consideran estables por construcción. Para controlarlos se dispone de cuatro actuadores, 2 posteriores, 1 transversal y 1 de profundidad. Solamente el *heave* es desacoplado de los demás *DOF*, por lo que se puede controlar independientemente.

7.1 Parámetros del modelo:

Masa: 50 Kg, Volumen: 0.049 m³
 Densidad Agua: 1024 Kg/m³, Gravedad: 9.8 m/s²
 Inercia: *I_{xx}*:2.15, *I_{yy}*:1.25, *I_{zz}*:2.57 [Kg*m²]

Para determinar los coeficientes de las matrices *B* (dependen del sentido de giro de los propulsores), *D_L* y *D_Q* (dependen del sentido de movimiento del vehículo), se utilizó simulación en programas de fluidos.

Coefficientes de *B*: [N/RPM²]
 positivo: 1.075*10⁻⁵ negativo: 0.750*10⁻⁵

Se asume que las fuerzas de flotación y de gravedad están alineadas en el eje Z y que el centro de flotación está por encima del centro de gravedad, también se despreciaron las fuerzas de masa añadida y las fuerzas de Coriolis y Centrípeta, por ser un vehículo que se desliza a baja velocidad.

Las velocidades de los motores se saturaron entre -2000 y 2000 RPM, también se saturó el *heave* para que fuera solamente positivo, ya que el vehículo no debería poder navegar sobre la superficie del fluido. Adicionalmente se incluyó como entrada al modelo la velocidad del agua, con el fin de que la velocidad sea relativa entre la del vehículo y la del fluido.

7.2 Control:

La transformación entre las fuerzas de los *DOF* y las fuerzas a los actuadores se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix} F_{XR} \\ F_{XL} \\ F_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -b & b & a \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ T_\psi \end{pmatrix} \quad (30)$$

Donde:

a = 0.12 m, es la distancia entre el propulsor transversal y el centro de masa (*cog*).

b = 0.20 m, es la distancia entre el eje longitudinal del vehículo y los propulsores posteriores.

El movimiento deseado que se propone es el seguimiento de una trayectoria circular paralela al plano X-Y a una profundidad determinada, garantizando que el vehículo esté siempre apuntando al centro del círculo, es decir que el *yaw* sea radial al círculo. Esta trayectoria permitiría, por ejemplo, hacer una toma de video completa alrededor de un objetivo fijo. El vehículo inicialmente parte de la superficie del agua, y debe descender para realizar la trayectoria deseada. Los resultados de las simulaciones se pueden observar en las figuras 2 a 7.

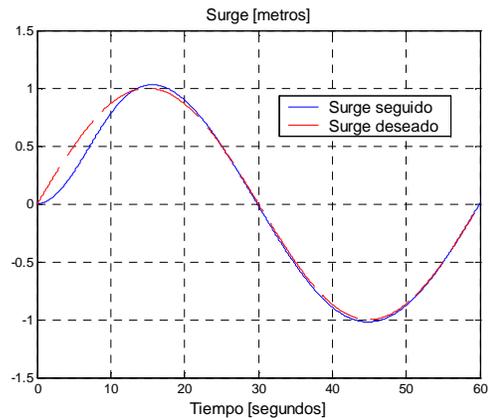


Figura 2. Desplazamiento lineal en X (Surge)

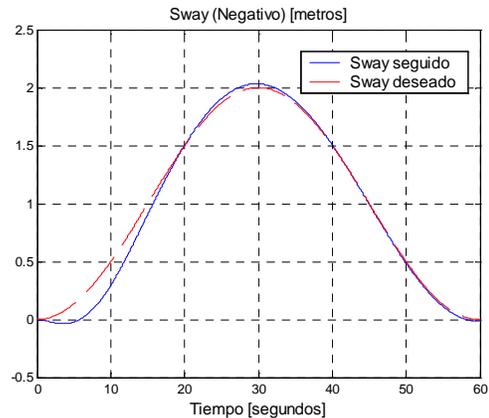


Figura 3. Desplazamiento lineal en Y (Sway)

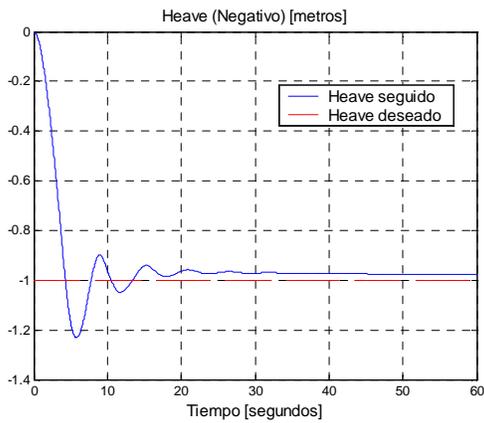


Figura 4. Desplazamiento lineal en Z (Heave)

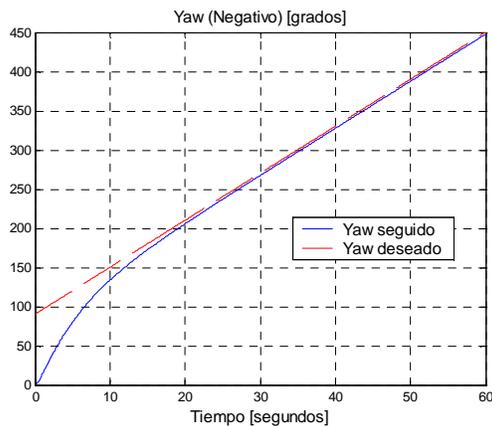


Figura 5. Rotación angular sobre Z (Yaw)

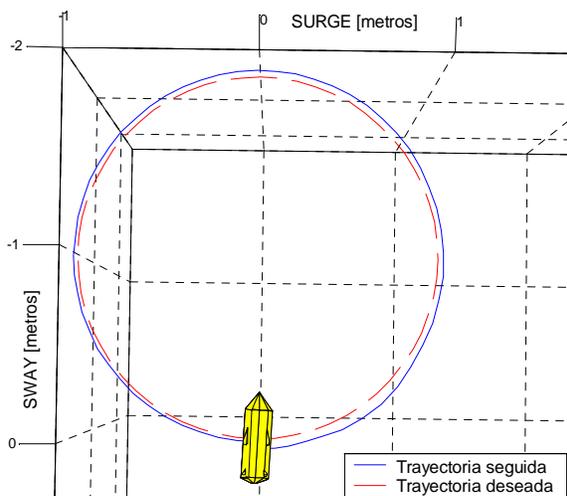


Figura 6. Vista superior de la trayectoria seguida

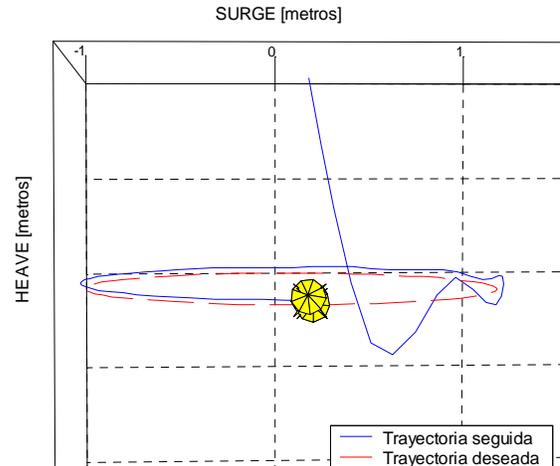


Figura 7. Vista lateral de la trayectoria seguida

8. IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

Cuando se trata de obtener un modelo dinámico para un robot subacuático, existen gran cantidad de parámetros que son muy difíciles de estimar y calcular. Por esta razón, en vez de tratar de encontrar estos parámetros usando leyes físicas, se aplica un proceso de identificación para estimar estos parámetros desconocidos con una desviación estándar asociada, que indique qué tan buena es la estimación.

El proceso de identificación consiste en determinar los parámetros físicos del vehículo, tales como los coeficientes de arrastre o de masa añadida. En la determinación de estos parámetros se pueden utilizar varios métodos:

- Método analítico o modelo teórico.
- Simulación con programas de fluidos.
- Pruebas experimentales sobre el vehículo real o uno a escala del real.

En la identificación experimental de los parámetros se realizan experimentos de lazo cerrado sobre cada uno de los grados de libertad y sus actuadores asociados. En esta identificación se deben modelar el sensor y el propulsor independientemente.

Luego de tener un conjunto de datos experimentales, se aplica una técnica para identificar los parámetros desconocidos a partir de los conocidos. Existen diferentes técnicas de identificación, la más común es la de mínimos cuadrados. Este método es apropiado para

vehículos subacuáticos lentos, en los cuales se pueden ignorar los términos de acoplamiento entre los distintos grados de libertad, de manera que convierte la identificación del modelo completo en conjunto de identificaciones individuales para cada grado de libertad. Este supuesto simplifica drásticamente la identificación total. Las simplificaciones se pueden resumir en los siguientes aspectos:

- Despreciar la matriz de masa añadida.
- Despreciar la matriz de Coriolis y Centrípeta.

El método de identificación propuesto se concentra en tres elementos de cada grado de libertad: el sensor, los propulsores y la dinámica del vehículo. El proceso de identificación tiene tres fases diferentes. Las dos primeras se hacen en el laboratorio, mientras la última se hace en un ambiente real. Las fases son:

- Modelamiento del sensor
- Identificación del propulsor
- Identificación de los parámetros dinámicos de los grados de libertad.

8.1 MODELAMIENTO DEL SENSOR

Para identificar los parámetros dinámicos de un grado de libertad se necesita algún tipo de medidas del grado de libertad. Usualmente se mide la posición, la orientación o la velocidad usando sensores comerciales de bajo costo. Por ejemplo, para identificar uno de los grados de libertad se utiliza un sensor que determine la profundidad del robot. En un caso, se puede medir directamente la posición. En otros casos, se puede medir directamente la velocidad.

La Figura 7 muestra el modelo de simulación de cada sensor, en el cual se puede incluir una ganancia y dinámica de primer orden. Adicionalmente en este modelo se adiciona una señal de ruido blanco de banda limitada.

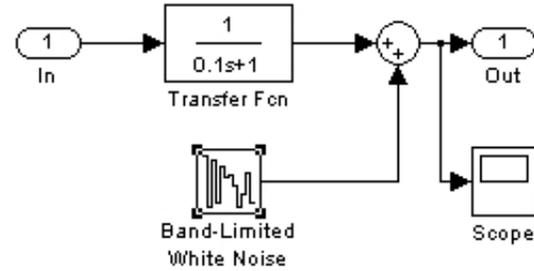


Figura 7. Modelo de simulación de los sensores.

El valor máximo de la constante de tiempo de los sensores para que el algoritmo de identificación funcionara adecuadamente fue de 0.1 segundos. El valor máximo de potencia del ruido blanco de los sensores fue de 1×10^{-5} .

8.2 IDENTIFICACIÓN DEL PROPULSOR

El segundo paso consiste en determinar el modelo dinámico de los propulsores que interactúan con los grados de libertad identificados. Esta fase es llevada a cabo en el laboratorio usando un tanque de agua. Las ecuaciones usadas son :

$$\dot{\omega}_i = \beta_i \tau_i - \alpha_i u_i \quad (31)$$

$$T_i = C_{T_i} |\omega_i| \omega_i \quad (32)$$

Los parámetros a estimar son β_i , α_i y C_{T_i} . Para identificar estos parámetros, se llevan a cabo experimentos dinámicos y estáticos. Para los estáticos, se lleva el propulsor a diferentes condiciones de estado estable. Cuando la velocidad rotacional del propulsor se estabiliza, se calcula la fuerza ejercida usando un dinamómetro. Por medio de varias medidas, se estiman los parámetros C_{T_i} . También, en condiciones de estado estable, se puede estimar la relación β/α utilizando la ecuación (31).

Una vez se ha identificado el modelo del propulsor en el sentido rotacional, se debe repetir el proceso total para la dirección opuesta. Esto se debe a la forma asimétrica del propulsor, lo que implica que el propulsor se comporta de formas diferentes dependiendo de la dirección de rotación. Por esta misma razón, el propulsor tendrá una dirección rotacional en la cual la fuerza máxima será mayor que en las otras direcciones. Finalmente, se diseña y sintoniza un controlador de velocidad, pues este

será indispensable en la tercera fase para aplicar diferentes fuerzas y momentos al vehículo.

8.3 IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS

La identificación dinámica de un grado de libertad consiste en determinar los parámetros desconocidos de la ecuación (25). En ésta existen muchos parámetros que deben ser identificados. El número de parámetros hace que la identificación sea muy difícil. Por esta razón, usualmente se practican algunas simplificaciones. En muchas condiciones de manipulación a bajas velocidades, se pueden despreciar de manera razonable los términos de acoplamiento sin una pérdida importante de información. Como consecuencia, se puede obtener un modelo desacoplado y simplificado a partir de la ecuación (25), ignorando los elementos por fuera de la diagonal en la matriz de masa añadida y los términos de acoplamiento y arrastre de la cinemática centrípeta y de Coriolis. Esta simplificación se basa en lo siguiente:

- Los elementos por fuera de la diagonal de la matriz de masa añadida de un cuerpo rígido con tres planos de simetría, son idénticamente cero (Newman, 1997).
- Los elementos por fuera de la diagonal de tales matrices positivas definidas son más pequeños que los de la diagonal (Fossen, 1995).
- El acoplamiento del amortiguamiento aerodinámico es despreciable a bajas velocidades.

Con estas consideraciones, la ecuación (25) puede describirse como una ecuación dinámica simplificada para un i -ésimo grado de libertad:

$$\tau_i + \tau_E + g_i(\eta) - d_{Q,i}|v_i|v_i - d_{L,i}v_i = m_i\dot{v}_i \quad (33)$$

Donde:

τ_i es la fuerza o momento en el propulsor

τ_E son las perturbaciones (corrientes, ondas)

η son los ángulos de Euler

$g_i(\eta)$ es la fuerza de gravedad y flotación

v_i es la velocidad en el i -ésimo grado de libertad

$d_{Q,i}$ es el coeficiente de amortiguamiento cuadrático

$d_{L,i}$ es el coeficiente de amortiguamiento lineal

m_i es la inercia ($M_{RBi,i} + M_{Ai,i}$)

En el modelo simplificado de la ecuación (33), los parámetros conocidos son τ_i , τ_E , η y v_i , y los desconocidos son g_i , $d_{Q,i}$, $d_{L,i}$ y m_i .

Este modelo simplifica de manera significativa la dificultad para determinar los parámetros desconocidos, manteniendo las características más importantes de la dinámica de un vehículo subacuático lento. Este modelo también simplifica los experimentos necesarios, permitiendo que cada grado de libertad sea identificado separadamente.

El método de identificación propuesto en este reporte se basa en las técnicas de mínimos cuadrados (LS). Para esto se utilizan dos experimentos, uno estático y otro dinámico. El experimento estático consiste en mover el vehículo a una velocidad estable mientras la aceleración es cero. Midiendo n condiciones estables diferentes y usando LS, se estiman los parámetros desconocidos, excepto la inercia m_i . En el experimento dinámico, se identifica la inercia a través de una serie de experimentos no estables

El proceso de identificación necesita una serie de muestras de los parámetros conocidos τ_i , τ_E , η y v_i . Para cada muestra, la aceleración tiene que ser calculada como se dijo anteriormente. La serie de muestras debe ser tan grande como sea posible. Esto mejorará la identificación y disminuirá la desviación estándar de las estimaciones. Las muestras deben contener todos los regímenes de aceleración y velocidad en los cuales trabaja usualmente el vehículo.

Una vez se tiene una serie factible de datos, se puede escribir un sistema lineal para los parámetros desconocidos, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tau_{i,1} + w_{i,1} \\ \tau_{i,2} + w_{i,2} \\ \tau_{i,j} + w_{i,j} \\ \tau_{i,n} + w_{i,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_{i,1} & v_{i,1} & v_{i,1} \cdot |v_{i,1}| & -\eta_1 \\ \dot{v}_{i,2} & v_{i,2} & v_{i,2} \cdot |v_{i,2}| & -\eta_2 \\ \dot{v}_{i,j} & v_{i,j} & v_{i,j} \cdot |v_{i,j}| & -\eta_j \\ \dot{v}_{i,n} & v_{i,n} & v_{i,n} \cdot |v_{i,n}| & -\eta_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_i \\ d_{L,i} \\ d_{Q,i} \\ g_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

La ecuación (34) tendrá tantas filas como número de muestras se obtenga en los experimentos. Una vez se halla tomado las medidas, se aplica la técnica de mínimos cuadrados. Esta técnica identifica los parámetros desconocidos de un sistema lineal que puede expresarse de la forma siguiente:

$$y(t) = H(x(t), t)\theta + \varepsilon \quad (35)$$

En esta ecuación, los parámetros desconocidos están en el vector θ . La matriz H y el vector y son los valores observados del sistema lineal. Los coeficientes aplicados al vector desconocido θ están en H , y los valores independientes están en y . Asumiendo que el vector y es una variable estocástica y que el ruido ε es desconocido, se puede demostrar que la estimación $\hat{\theta}_{LS}$ se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\hat{\theta}_{LS} = (H^T H)^{-1} H^T y \quad (36)$$

Aplicando el método de identificación de mínimos cuadrados propuesto, se obtuvieron valores estimados de los parámetros, cercanos a los reales. La tabla 2 muestra estas diferencias.

9. CONCLUSIONES

Como se muestra en las gráficas de resultados se pudo implementar un modelo dinámico que incluyó las fuerzas más importantes de la dinámica de un vehículo subacuático.

Se puede observar que el sistema de control propuesto logra hacer que el vehículo navegue siguiendo acertadamente la trayectoria deseada.

La simulación tanto del modelo como del control, permitió observar como sería el comportamiento del vehículo controlado antes de su construcción real, lo que permite realizar ajustes correctivos en el diseño.

La estrategia de control planteada se puede utilizar para controlar automáticamente vehículos subacuáticos similares al descrito, como los que están en fase de desarrollo por el grupo de investigación A+D.

La metodología de identificación de parámetros planteada, a pesar de ser sencilla, arrojó buenos resultados de identificación, lo que demuestra que puede ser utilizada cuando se tenga disponible el vehículo real y se puedan realizar los experimentos sobre este.

REFERENCIAS

- Fossen, T. I. (1995). *Guidance and Control of Ocean vehicles*, John Wiley & Sons, USA.
- Newman, J. (1997). *Marine Hydrodynamics*, Cambridge, MA, MIT Press, 8th edition.
- Ridao, Pere, Batlle, Joan, Y Carreras, Marc. (2001). *Dynamics Model of an Underwater Robotic Vehicle*. Institute of Informatics and Applications, University of Girona, Spain.

Tabla 2. Parámetros reales y estimados en la identificación.

Sentido	PARÁMETRO	DL Surge	DQ Surge	DL Sway	DQ Sway	DL Heave	DQ Heave	DL Yaw	DQ Yaw
Positivo	Real	10,184	46,578	1,044	82,016	9,663	73,729	0,015	1,049
	Estimado	10,109	47,401	1,001	82,495	11,787	54,434	0,014	0,897
	Error %	0,736	1,767	4,119	0,584	21,981	26,170	6,667	14,490
Negativo	Real	0,635	51,978	1,044	82,016	2,911	80,837	0,015	1,049
	Estimado	0,557	52,813	0,972	82,792	2,663	77,862	0,019	0,863
	Error %	12,283	1,606	6,897	0,946	8,519	3,680	26,667	17,731