

MODELACIÓN Y CONTROL DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

Camilo Chamorro Rivera, Luis Benigno Gutiérrez Zea

Universidad Pontificia Bolivariana - Medellín
Grupo de investigación en Automática y Diseño mecánico (A+D)
camilo.chamorro@upb.edu.co, lbgutie@ieee.org

Abstract: En este artículo se presenta la estructura básica del modelo dinámico de un vehículo subacuático, incluyendo la cinemática, la dinámica y la hidrodinámica. Luego se propone el diseño de un sistema de control para la navegación del vehículo. Finalmente se muestran los resultados de simulación del modelo controlado, en Simulink® de MATLAB®, para un caso particular.

Keywords: modelación, control automático, vehículo subacuático.

1. INTRODUCCIÓN

En el tema de los vehículos autónomos subacuáticos es fundamental desarrollar una buena estrategia de control para lograr que el vehículo siga la trayectoria deseada. En el desarrollo de la estrategia de control se necesitan las ecuaciones que relacionan las fuerzas que actúan sobre el vehículo con la respuesta cinemática de éste, dichas ecuaciones constituyen el modelo dinámico del vehículo. Para controlar un vehículo subacuático se necesita conocer su modelo, además que experimentar con un vehículo real es demorado y costoso, por lo tanto, el modelo es útil para propósitos de simulación y para formular algoritmos de control que tengan en cuenta la dinámica del sistema.

Este trabajo está enmarcado en una de las líneas del grupo de investigación A+D de la universidad Pontificia Bolivariana en Medellín: vehículos autónomos, en la cual también se incluyen los vehículos subacuáticos.

2. CINEMÁTICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

La cinemática es la ciencia que estudia el movimiento sin importar las fuerzas que lo causan. Con la cinemática se estudia la posición, velocidad, aceleración y todas las derivadas de orden superior de las variables de posición, con respecto al tiempo o a otra variable. La relación entre estos movimientos y las fuerzas y torques que los causan es estudio de la dinámica.

Para el vehículo subacuático, inicialmente se miden o calculan las aceleraciones angular y lineal en el sistema coordenado fijo al cuerpo $\{B\}$, y luego se calcula el cambio de la posición y orientación del vehículo en su marco $\{B\}$ con respecto al marco fijo en tierra $\{E\}$ como una función de la aceleración relativa del cuerpo. Ver figura 1.

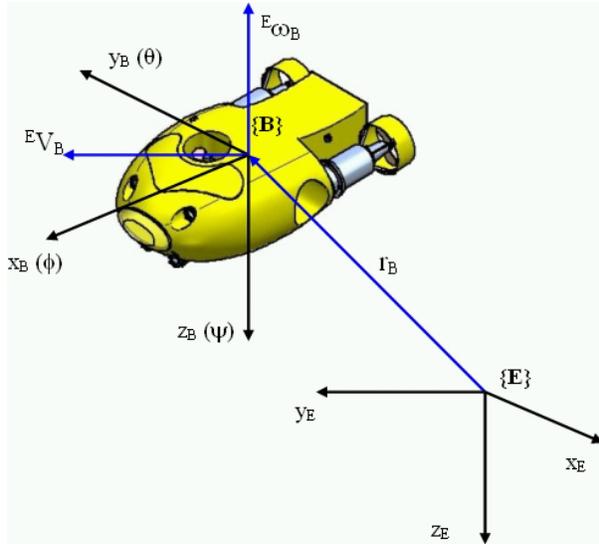


Figura 1. Sistemas de coordenadas fijo al cuerpo {B} y fijo a la tierra {E}. Cortesía: Raúl Valencia.

2.1 Notación Para Navas Marinas.

Existe una notación internacional para la posición, orientación, velocidad y fuerza de los 6 grados de libertad (DOF) de un vehículo subacuático, ver tabla 1. Esta notación es relativa a ambos sistemas coordenados {B} y {E}. (Fossen, 1995).

Tabla 1. Notación de los 6 grados de libertad de un vehículo subacuático.

DOF	Movimiento	Posición y Angulo de Euler	Velocidad lineal y angular (V)	Fuerzas y Momentos (F, T)
1	SURGE (movimiento en x)	x	u	X
2	SWAY (movimiento en y)	y	v	Y
3	HEAVE (movimiento en z)	z	w	Z
4	ROLL (rotación sobre x)	ϕ	p	K
5	PITCH (rotación sobre y)	θ	q	M
6	YAW (rotación sobre z)	ψ	r	N

2.2 Calculo de la Posición y Orientación

Sean ${}^B(a_{EB})$ y ${}^B(\alpha_{EB})$ las aceleraciones lineal y angular del cuerpo del vehículo con respecto al marco fijo en tierra, expresadas en el marco del

cuerpo del vehículo {B}, la orientación y posición del vehículo se calcula de la siguiente manera:

$${}^B(v_{EB}) = \int {}^B(a_{EB}) dt \quad (1)$$

$${}^B(\omega_{EB}) = \int {}^B(\alpha_{EB}) dt \quad (2)$$

$${}^E \begin{pmatrix} \dot{r}_B \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^E R_B & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(O)^{-1} \end{pmatrix} {}^B \begin{pmatrix} v_{EB} \\ \omega_{EB} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Donde:

$${}^E R_B = \begin{pmatrix} {}^E r_B \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad (4)$$

$${}^E R_B = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi c\phi s\theta \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$T(O)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & s\phi\theta & c\phi\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \\ & c\theta & c\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

ϕ , θ y ψ son los ángulos de Euler que representan la orientación del vehículo. (c : coseno y s : seno)

3. DINÁMICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

En la cinemática del vehículo, para conocer su posición y orientación relativas a tierra, se necesita conocer las aceleraciones angular y lineal del vehículo. Estas aceleraciones se deben a las fuerzas que actúan sobre el vehículo. La sumatoria de estas fuerzas y torques generan una fuerza resultante, se debe calcular la aceleración causada por esta fuerza y torque resultante. El análisis de la sumatoria de fuerzas suele denotarse como la hidrodinámica.

El estudio de la dinámica se puede resumir en los siguientes temas:

- Análisis del movimiento traslacional: ecuación de Newton, velocidad lineal y aceleración lineal.
- Análisis del movimiento rotacional: ecuación de Euler, tensor de inercia y sus propiedades, teorema de los ejes paralelos, traslación del tensor de inercia, matriz de Coriolis y centrípeta.

El comportamiento dinámico de un cuerpo rígido está determinado por 2 ecuaciones (Fossen, 1995):

$${}^B f = m \begin{pmatrix} {}^B \dot{\mathbf{v}}_{EB} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times {}^B \mathbf{r}_C + {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times \\ {}^B \mathbf{v}_{EB} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times ({}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times {}^B \mathbf{r}_C) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$${}^B T_B = m \cdot {}^B \mathbf{r}_C \times ({}^B \dot{\mathbf{v}}_{EB} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times {}^B \mathbf{v}_{EB}) + {}^B I_B + {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} \times {}^B I_B \boldsymbol{\omega}_{EB} \quad (8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} {}^B f &= (X \ Y \ Z)^T \\ {}^B T_B &= (K \ M \ N)^T \\ {}^B \boldsymbol{\alpha}_{EB} &= (\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w})^T \\ {}^B \boldsymbol{\alpha}_{EB} &= (\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r})^T \\ {}^B \mathbf{v}_{EB} &= (u \ v \ w)^T \\ {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB} &= (p \ q \ r)^T \\ {}^B \mathbf{r}_C &= (c_x \ c_y \ c_z) \end{aligned} \quad (9)$$

Expandiendo las ecuaciones y expresando en forma matricial, se puede resumir en la siguiente expresión:

$${}^B T_B = {}^B M_{RB} \cdot {}^B \dot{\mathbf{V}} + {}^B C({}^B \mathbf{V}) {}^B \mathbf{V} \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} {}^B T_B &= ({}^B F_B \quad {}^B T_B)^T \\ {}^B \mathbf{V} &= ({}^B \mathbf{v}_{EB} \quad {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB})^T \\ {}^B \dot{\mathbf{V}} &= ({}^B \boldsymbol{\alpha}_{EB} \quad {}^B \boldsymbol{\alpha}_{EB})^T \end{aligned} \quad (11)$$

Notación compacta de la matriz M_{RB} :

$${}^B M_{RB} = \begin{pmatrix} m I_{3 \times 3} & -m S({}^B \mathbf{r}_C) \\ m S({}^B \mathbf{r}_C) & {}^B I_B \end{pmatrix} \quad (12)$$

Si:

$${}^B M_{RB} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Entonces, la matriz de Coriolis y Centrípeta se puede expresar como:

$$\begin{aligned} {}^B C({}^B \mathbf{V}) &= \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \dots \\ -S(M_{11} {}^B \mathbf{v}_{EB} + M_{12} {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB}) & \dots \\ \dots & -S(M_{11} {}^B \mathbf{v}_{EB} + M_{12} {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB}) \\ \dots & -S(M_{21} {}^B \mathbf{v}_{EB} + M_{22} {}^B \boldsymbol{\omega}_{EB}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

Definiendo S , sobre el vector $\mathbf{v}=[a, b, c]^T$, como:

$$S(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

4. HIDRODINÁMICA DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO

Cuando un vehículo subacuático se mueve a través de un líquido, varias fuerzas actúan sobre él, estas representan la hidrodinámica del vehículo (Newman, 1997), y son:

- Fuerzas ejercidas por los propulsores.
- Fuerzas gravitacionales y de flotación.
- Fuerzas de masa añadida.
- Fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico.
- Fuerzas del medio ambiente.

4.1 Fuerzas ejercidas por los propulsores

Las fuerzas y torques debidos a la propulsión, normalmente se consideran proporcionales al cuadrado de la velocidad de giro del propulsor, y se pueden expresar de la siguiente manera:

$${}^B T_B = B \cdot u \quad (16)$$

$$u_i = |\omega_i| \omega_i \quad (17)$$

$$B_{6 \times n} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n C_{Ti} \\ \sum_{i=1}^n ({}^B C_{ai} + {}^B r_i \times C_{Ti}) \end{pmatrix} \quad (18)$$

Donde:

${}^B T_B$	Vector de fuerzas y torques
B	Matriz de configuración de los propulsores
u	Velocidades cuadráticas de los propulsores
n	Número de propulsores
ω	Velocidad del propulsor
${}^B r_i$	Vector de la posición del propulsor i
C_{Ti}	Coefficiente de empuje del propulsor i

4.2 Fuerzas gravitacionales y de flotación

Las fuerzas de flotación (F_B) y gravedad (F_G) suelen agruparse así:

$$G(O) = {}^B F_B + {}^B F_G \quad (19)$$

La fuerza de flotación se puede expresar como:

$${}^B F_B = \begin{pmatrix} s \theta B \\ -c \theta s \phi B \\ -c \theta c \phi B \\ -y_b c \theta c \phi B + z_b c \theta s \phi B \\ z_b s \theta B + x_b c \theta c \phi B \\ -x_b c \theta s \phi B - y_b s \theta B \end{pmatrix} \quad (20)$$

Y la fuerza de gravedad se puede expresar como:

$${}^B F_G = \begin{pmatrix} -s\theta W \\ c\theta s\phi W \\ c\theta c\phi W \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Donde:

(x_B, y_B, z_B) Vector del centro de flotación
 B Magnitud de la fuerza de flotación
 W Magnitud de la fuerza de gravedad

4.3 Fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico

Las fuerzas de amortiguamiento (D) dependen de la velocidad del vehículo, normalmente se consideran proporcionales al cuadrado de su velocidad, y se dividen en amortiguamiento lineal y cuadrático:

$$D({}^B V)^B V = D_L {}^B V + D_Q \text{diag}({}^B V)^B V \quad (22)$$

$$D_L = \text{diag}(X_u \ Y_v \ Z_w \ K_p \ M_q \ N_r) \quad (23)$$

$$D_Q = \text{diag}(X_{u|u|} \ Y_{v|v|} \ Z_{w|w|} \ K_{p|p|} \ M_{q|q|} \ N_{r|r|}) \quad (24)$$

Donde:

D_L Matriz de amortiguamiento lineal
 D_Q Matriz de amortiguamiento cuadrático
 $X_i, Y_i, Z_i, K_i, M_i, N_i$, son los parámetros de amortiguamiento.

4.4 Fuerzas del medio ambiente

Las principales fuerzas ambientales que se pueden incluir en el modelo son:

- Olas en la superficie, las cuales son despreciables después de 20 metros de profundidad.
- Corrientes oceánicas.

Estas fuerzas se consideran como perturbaciones.

5. MODELO COMPLETO

En resumen, el modelo completo incluye las fuerzas de propulsión, de gravedad y flotación, de amortiguamiento hidrodinámico, de perturbación y la inercia y fuerzas de Coriolis debidas a la masa y a la masa añadida. (Ridao, *et al.*, 2001).

$${}^B T_B + G(O) - D({}^B V)^B V + P_E = ({}^B M_{RB} + M_A)^B \dot{V} + ({}^B C_{RB}({}^B V) + C_A({}^B V))^B V \quad (25)$$

Para la implementación del modelo se siguen los siguientes pasos:

- Se despeja el vector de aceleración:

$${}^B \dot{V} = ({}^B M_{RB} + M_A)^{-1} \left({}^B T_B + G(O) - D({}^B V)^B V + \tau_E \right) \quad (26)$$

- Se calcula la velocidad por integración:

$${}^B V = \int {}^B \dot{V} dt \quad (27)$$

- Se cambia de marco de referencia, a través de la cinemática:

$${}^E \begin{pmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^E R_B & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(O)^{-1} \end{pmatrix} {}^B \begin{pmatrix} v_{EB} \\ \omega_{EB} \end{pmatrix} \quad (28)$$

- Se calcula la posición por integración:

$${}^E \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \int {}^E V dt \quad (29)$$

6. CONTROL DEL VEHÍCULO SUBACUÁTICO

El control del vehículo subacuático tiene un problema fundamental, y es que las variables a controlar son acopladas entre sí, entonces no se pueden realizar controles independientes para cada grado de libertad.

La estrategia de control propuesta controla las posiciones lineales y angulares del vehículo referenciadas al marco en tierra $\{E\}$, y está basada en controladores PID pero que no actúan directamente sobre los propulsores, sino a través de una transformación, esta transformación relaciona las fuerzas en cada grado de libertad con las fuerzas de cada propulsor, logrando así algo similar al desacople de las variables del vehículo.

Esta estrategia se puede representar en tres etapas:

- Cambio de marco de referencia de $\{E\}$ a $\{B\}$.
- Controladores PID.
- Transformación de fuerzas.

La primera etapa es necesaria, ya que se actúa sobre el vehículo, y las posiciones realimentadas están referenciadas al marco en tierra $\{E\}$, entonces a través de la cinemática se transforman las posiciones al marco del vehículo $\{B\}$.

Los controladores PID se alimentan de los errores de las posiciones y como ya se dijo, actúan sobre unas fuerzas virtuales de cada grado de libertad.

La transformación de fuerzas implica analizar el aporte de cada propulsor sobre cada grado de libertad, para lo cual se puede plantear un sistema lineal que relacione estas fuerzas. Adicionalmente como las salidas de control deben ser las velocidades cuadráticas de los propulsores, esta transformación debe incluir la relación entre las fuerzas de propulsión y las velocidades a los actuadores. La modelación previa de los propulsores suministra esta relación.

7. SIMULACIÓN DE UN CASO PARTICULAR

El vehículo a modelar y controlar tiene una estructura similar al de la figura 1. En este vehículo se controlan 4 grados de libertad (*DOF*): *surge*, *sway*, *heave* y *yaw*, el *roll* y el *pitch* se consideran estables por construcción. Para controlarlos se dispone de cuatro actuadores, 2 posteriores, 1 transversal y 1 de profundidad. Solamente el *heave* es desacoplado de los demás *DOF*, por lo que se puede controlar independientemente.

7.1 Parámetros del modelo:

Masa: 50 Kg, Volumen: 0.049 m³
 Densidad Agua: 1024 Kg/m³, Gravedad: 9.8 m/s²
 Inercia: *I_{xx}*:2.15, *I_{yy}*:1.25, *I_{zz}*:2.57 [Kg*m²]

Para determinar los coeficientes de las matrices *B* (dependen del sentido de giro de los propulsores), *D_L* y *D_Q* (dependen del sentido de movimiento del vehículo), se utilizó simulación en programas de fluidos.

Coefficientes de *B*: [N/RPM²]
 positivo: 1.075*10⁻⁵ negativo: 0.750*10⁻⁵

Se asume que las fuerzas de flotación y de gravedad están alineadas en el eje *Z* y que el centro de flotación está por encima del centro de gravedad, también se despreciaron las fuerzas de masa añadida y las fuerzas de Coriolis y Centrípetas, por ser un vehículo que se desplaza a baja velocidad.

Las velocidades de los motores se saturaron entre -2000 y 2000 RPM, también se saturó el *heave* para que fuera solamente positivo, ya que el vehículo no debería poder navegar sobre la superficie del fluido. Adicionalmente se incluyó como entrada al modelo la velocidad del agua, con el fin de que la velocidad sea relativa entre la del vehículo y la del fluido.

7.2 Control:

La transformación entre las fuerzas de los *DOF* y las fuerzas a los actuadores se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix} F_{XR} \\ F_{XL} \\ F_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -b & b & a \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ T_\psi \end{pmatrix} \quad (30)$$

Donde:

a = 0.12 m, es la distancia entre el propulsor transversal y el centro de masa (*cog*).

b = 0.20 m, es la distancia entre el eje longitudinal del vehículo y los propulsores posteriores.

El movimiento deseado que se propone es el seguimiento de una trayectoria circular paralela al plano X-Y a una profundidad determinada, garantizando que el vehículo esté siempre apuntando al centro del círculo, es decir que el *yaw* sea radial al círculo. Esta trayectoria permitiría, por ejemplo, hacer una toma de video completa alrededor de un objetivo fijo. El vehículo inicialmente parte de la superficie del agua, y debe descender para realizar la trayectoria deseada. Los resultados de las simulaciones se pueden observar en las figuras 2 a 7.

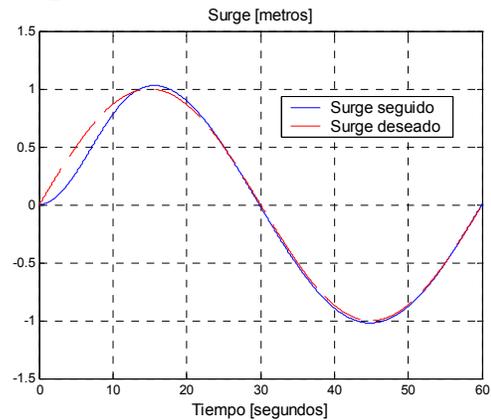


Figura 2. Desplazamiento lineal en X (Surge)

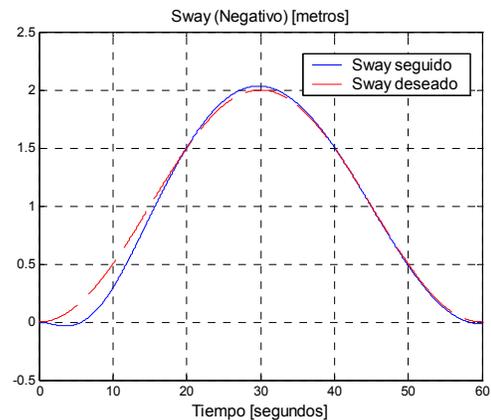


Figura 3. Desplazamiento lineal en Y (Sway)

8. RESULTADOS

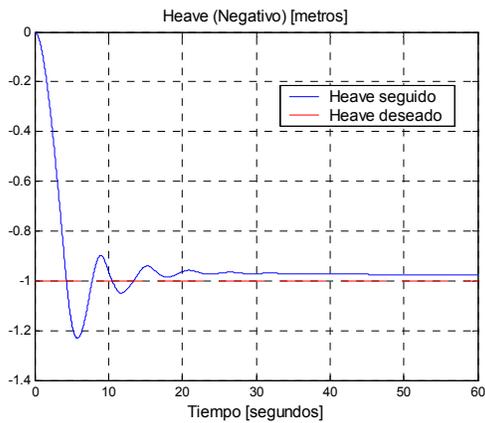


Figura 4. Desplazamiento lineal en Z (Heave)

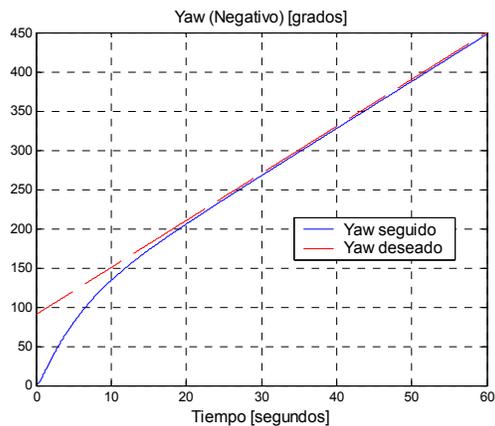


Figura 5. Rotación angular sobre Z (Yaw)

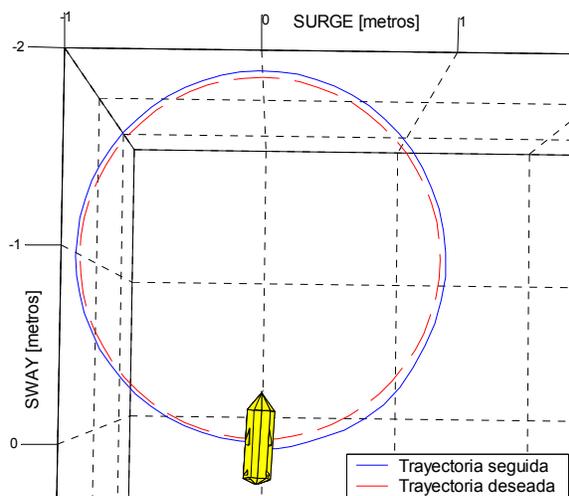


Figura 6. Vista superior de la trayectoria seguida

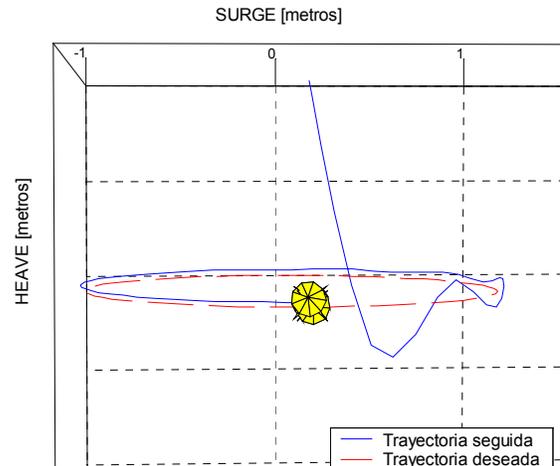


Figura 7. Vista lateral de la trayectoria seguida

9. CONCLUSIONES

Como se muestra en las gráficas de resultados se pudo implementar un modelo dinámico que incluyó las fuerzas más importantes de la dinámica de un vehículo subacuático.

Se puede observar que el sistema de control propuesto logra hacer que el vehículo navegue siguiendo acertadamente la trayectoria deseada.

La simulación tanto del modelo como del control, permitió observar como sería el comportamiento del vehículo controlado antes de su construcción real, lo que permite realizar ajustes correctivos en el diseño.

La estrategia de control planteada se puede utilizar para controlar automáticamente vehículos subacuáticos similares al descrito, como los que están en fase de desarrollo por el grupo de investigación A+D.

REFERENCIAS

- Fossen, T. I. (1995). *Guidance and Control of Ocean vehicles*, John Wiley & Sons, USA.
- Newman, J. (1997). *Marine Hydrodynamics*, Cambridge, MA, MIT Press, 8th edition.
- Ridao, Pere, Batlle, Joan, Y Carreras, Marc. (2001). *Dynamics Model of an Underwater Robotic Vehicle*. Institute of Informatics and Applications, University of Girona, Spain.